TRẦN CÔNG DIÊU

ĐỊA CHỈ LỚP HỌC: 53T DƯƠNG BÁ TRẠC F1 QUẬN 8 TPHCM

TÀI LIỆU TRẮC NGHIỆM

GIỚI HẠN DÃY SỐ

TPHCM 19 – 10 - 2016

ĐĂNG KÍ HỌC 01237.655.922

GIỚI HẠN DÃY SỐ

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN:

0. Dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân:

- Một hàm số u xác định trên tập số tự nhiên N^* được gọi là dãy số vô hạn (gọi tắt là dãy số) nếu: u là ánh xạ từ N^* vào R: $n \to u(n)$ (ứng với mỗi $n \in N^*$ thì có một giá trị $u(n) \in R$).

  Đặt $u(n) = u_n$ và gọi nó là số hạng tổng quát của dãy số $(u)_n$.

- $(u)_n$ là cấp số cộng khi và chỉ khi $u_{n+1} = u_n + d$ với $n \in N^*$, d là hằng số.
- $(u)_n$ là cấp số nhân khi và chỉ khi $u_{n+1} = u_n.q$ với $n \in N^*$, q là hằng số.

1.Giới hạn hữu hạn.

$\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = 0 \Leftrightarrow |u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bất kỳ kể từ một số hạng nào đó trở đi.

$\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = a \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} (v_n - a) = 0$

2.Giới hạn ra vô tận.

$\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = +\infty \Leftrightarrow |u_n|$ có thể lớn hơn một số dương bất kỳ kể từ một số hạng nào đó trở đi.

$\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = -\infty \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} (-u_n) = +\infty$

3.Các giới hạn đặc biệt.

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$

Nếu |q|<1 thì $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$

|q|>1 thì $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$

$\lim\limits_{n\to+\infty} C = C (C = const)$

$\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$

$\lim\limits_{n\to+\infty} n^k = +\infty\left(k \in Z^+\right)$

4.Các định lý về giới hạn hữu hạn.

a/ Định lý 1:

Cho $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = a$, $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = b$ lúc này ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} \left(u_n + v_n\right) = a + b$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \left(u_n - v_n\right) = a - b$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \left(u_n v_n\right) = ab$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{u_n}{v_n} = \dfrac{a}{b}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{u_n} = \sqrt{a}\left(u_n \geq \forall n \in N^*\right)$

b/ Định lý 2:

3 dãy số $u_n, v_n; w_n$ thỏa mãn $u_n < v_n < w_n, \forall n \in N^*$ lúc này ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = \lim\limits_{x\to+\infty} = v_n = a \to \lim\limits_{x\to+\infty} w_n = a$

c/ Định lý 3:

Mọi dãy tăng, bị chặn trên đề có giới hạn.

Mọi dãy giảm, bị chặn dưới đều có giới hạn.

5. Định lý về giới hạn tiên tới vô cùng.

a/ Nếu $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = a$, và $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = \pm\infty$ thì $\dfrac{\lim\limits_{x\to+\infty} u_n}{\lim\limits_{x\to+\infty} v_n} = 0$.

b/ Nếu $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n > a$, $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = 0$ và $v_n > 0\left(n \in N^*\right)$ thì $\dfrac{\lim\limits_{x\to+\infty} u_n}{\lim\limits_{x\to+\infty} v_n} = +\infty$

c/ Nếu $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = +\infty$, và $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = a > 0$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(u_n . v_n\right) = +\infty$

6.Cấp số nhân lùi vô hạn.

Cấp số nhân (u_n) có công bội thỏa |q|<1 gọi là cấp số nhân lùi vô hạn.

Công thức tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn:

$$S = u_1 + u_2 + ... + u_n = \frac{u_1}{1-q}$$

7. Số e: người ta chứng minh dược giới hạn sau đây tồn tại và kết quả của nó người ta kí hiệu là e:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e \approx 2,718$$

B.BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho dãy số (u_n) với $(u_n) = \frac{1}{2n}$, chọn $M = \frac{1}{100}$ để $\frac{1}{2n} < \frac{1}{100}$ thì phải từ số hạng thứ bao nhiêu trở đi?

A.Thứ 51 B.Thứ 49 C.Thứ 48 D.Thứ 50

Chọn A

Từ $\frac{1}{2n} < \frac{1}{100} \to 2n > 100 \to n > 50$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{2n+1}$.Chọn $M = \frac{1}{1000}$ để $\frac{1}{2n+1} < \frac{1}{1000}$ thì phải từ số hạng thứ bao nhiêu trở đi ?

A.Thứ 498 B.Thứ 499 C.Thứ 500 D.Thứ 501

Chọn C

Từ $\frac{1}{2n+1} < \frac{1}{1000} \to 2n+2 > 1000 \leftrightarrow n > 499$

Câu 3: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{2^n}$, chọn M=$\frac{1}{2^{10}}$ để $\frac{1}{2^n} < \frac{1}{2^{10}}$ thì phải từ số hạng thứ bao nhiêu trở đi?

A.Thứ 2^{10} -1 B.Thứ 2^{10} C. Thứ 2^{10} +1 D.Thứ $\frac{1}{2^{10}}+1$

Chọn C

Từ $\frac{1}{2^n}<\frac{1}{2^{10}} \leftrightarrow 2^n>2^{10} \leftrightarrow n>10$

Câu 4: Cho dãy số (u_n) với $u_n=2^n$, $cho\ M=\frac{1}{2^{10}}$ để $2^n<\frac{1}{10}$ thì phải từ số hạng thứ mấy trở đi?

A.Không có số hạng nào thỏa mãn

B.Thứ $\frac{1}{2^{10}+1}$

C.Thứ $\frac{1}{2^{10}}+1$

D.Thứ $2^{10}+1$

Chọn A

Vì $2^n>\frac{1}{2^{10}}$ nên với mọi số từ nhiên dương n thì không có n để $2^n>\frac{1}{2^{10}}$

Câu 5: Chọn mệnh đề đúng:

A. $lim10^{-n}\#0$ B. $lim\left(\frac{4}{3}\right)^n=0$ C. $lim\left(\frac{2}{3}\right)^n=lim\left(\frac{3}{4}\right)^n=0$ D. $lim\left(\frac{3}{2}\right)^n=0$

Chọn C

Áp dụng giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} q^n=0;|q|<1$

Câu 6: Chọn kết quả đúng: $lim\frac{1+\sqrt{n}}{n}$

A.1 B.0 C.2 D. $+\infty$

Chọn B

Vì $lim\frac{1+n}{\sqrt{n}}=lim\frac{1}{\sqrt{n}}+lim\sqrt{n}=0$

Câu 7: Chọn kết quả đúng: $lim\frac{1+n}{\sqrt{n}}$

A.1 B.0 C.2 D. $+\infty$

Chọn B

Vì $lim\frac{1+\sqrt{n}}{n}=lim\frac{1}{n}+lim\frac{1}{\sqrt{n}}=0$

Câu 8: Chọn kết quả đúng: $lim\frac{3^n+2^n}{4^n}$

A.0 B. $\frac{5}{4}$ C. $+\infty$ D. $\frac{3}{4}$

Chọn A

Vì $lim\frac{3^n+2^n}{4^n}=lim\left(\frac{3}{4}\right)^n+lim\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$

Câu 9: Chọn kết quả đúng: $lim\frac{-n^2+2n-3}{n^2}$

A.1 B. $-\infty$ C.-1 D.0

Chọn C

$lim\frac{-n^2+2n-3}{n^2}=lim(-1)+lim\frac{2}{n}+lim\left(\frac{-3}{n^2}\right)=-1$

Câu 10: Chọn kết quả đúng: $lim\frac{-\frac{1}{3}\sqrt{n}+2n}{3n}$

A. $-\frac{1}{9}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $-\infty$ D.kết quả khác

Chọn B

$$lim\frac{-\frac{1}{3}\sqrt{n}+2n}{3n}=lim\frac{-1}{9\sqrt{n}}+\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$$

Câu 11: Chọn kết quả đúng: $lim\frac{1-3n^2}{4-n^2}$

A.-3 B. $\frac{1}{4}$ C.- $\frac{1}{4}$ D.3

Chọn D

$$lim\frac{1-3n^2}{4-n^2}=lim\frac{\frac{1}{n^2}-3}{\frac{4}{n^2}-1}=3$$

Câu 12: Chọn kết quả đúng: $lim\left(\sqrt{n}-\sqrt{n+1}\right)$

A.Không có giới hạn khi $n\to+\infty$

B.-1

C.0

D.Một kết quả khác

Chọn C

$$lim\left(\sqrt{n}-\sqrt{n+1}\right)=lim\frac{n-n-1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=lim\frac{-1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=0$$

Câu 13: Chọn mệnh đề đúng:

A. $lim\,sin\frac{\pi}{n}=0$

B. $lim\,sin\frac{\pi}{n}=-1$

C. $lim\,sin\frac{\pi}{n}=0$

D. Không có giới hạn khi $n\to+\infty$

Chọn C

$lim\frac{\pi}{n}=0,$ suy ra $lim\,sin\frac{\pi}{n}=sin\left(lim\frac{\pi}{n}\right)=sin0=0$

Câu 14: Chọn mệnh đề đúng

A. $lim\frac{sin\frac{\pi}{n}}{n}$ không có giới hạn khi $n\to+\infty$

B. $lim\frac{sin\frac{\pi}{n}}{n}=1$

C. $lim\frac{sin\frac{\pi}{n}}{n}=0$

D.cả 3 kết quả đều sai

Chọn C

Câu 15: Chọn mệnh đề đúng:

A. $lim\left(\frac{1}{3^n}-\frac{1}{4^n}\right)=\frac{1}{12}$

B. $lim\left[\left(\frac{7}{3}\right)^n+sin\frac{1}{n}\right]=+\infty$

C. $lim\left[\left(\frac{7}{3}\right)^n+3^n\right]=0$

D.tất cả đều sai

Chọn B

$$lim\left[\left(\frac{7}{3}\right)^n+3^n\right]=lim\left(\frac{7}{3}\right)^n+lim\,3^n=(+\infty)+(+\infty)=+\infty$$

Câu 16: Chọn đáp án đúng: $lim\sqrt{\frac{3n-5}{n^2}}$

A.0

B.3

C. $+\infty$

D. $\sqrt{3}$

Chọn A

$$lim\sqrt{\frac{3n-5}{n^2}}=\sqrt{lim\frac{3}{n}-lim\frac{5}{n^2}}=\sqrt{0}=0$$

Câu 17: Chọn kết quả đúng:

A. $lim\sqrt{\frac{2n-7}{n}}=+\infty$

B. $lim\sqrt{\frac{2}{n}}=\sqrt{2}$

C. $lim\sqrt{\frac{2n^2}{n+1}}=\sqrt{2}$

D. $lim\sqrt{\frac{n-7}{2n}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Chọn D

$$lim\sqrt{\frac{n-7}{2n}}=lim\sqrt{lim\frac{1}{2}-lim\frac{7}{2n}}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 18: Chọn mệnh đề đúng:

A. $lim\,cos\frac{2\pi}{n}=0$

B. $lim\,cos\frac{2\pi}{n}=1$

C. $lim\,cos\frac{2\pi}{n}=-1$

D. $lim\,cos\frac{2\pi}{n}$ không có giới hạn khi $n\to+\infty$

Chọn B

$$lim\,cos\frac{2\pi}{n}=cos\left(lim\frac{2\pi}{n}\right)=cos\,0=1$$

Câu 19: Chọn mệnh đề đúng?

A. $lim\,n^2\,cos\frac{2\pi}{n}=+\infty$

B. $lim\frac{cos\frac{2\pi}{n}}{n^2}=+\infty$

C. $lim\frac{cos\frac{\pi}{n}}{n^2+2}=\frac{1}{2}$

D. cả 3 đều sai

Chọn A

$$lim\,n^2.cos\frac{2\pi}{n}=lim\,n^2.lim\,cos\frac{2\pi}{n}=+\infty$$

Câu 20: Chọn kết quả đúng: $lim\sqrt{\frac{7-2n}{4n+5}}$

A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

B. $-\infty$

C. không có giới hạn khi $n\to+\infty$

D. 0

Chọn C

$$lim\sqrt{\frac{7-2n}{4n+5}}=\sqrt{lim\frac{\frac{7}{n}-2}{4+\frac{5}{n}}}=\sqrt{\frac{-2}{4}}=\sqrt{\frac{-1}{2}}$$ không tồn tại

Câu 21:Kết quả nào sau đây đúng?

A.Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có công bội q thì tổng $S=\frac{u}{1-q}$

B. Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có $u_1=4;q=\frac{4}{3}$ thì $S=\frac{4}{1-\frac{4}{3}}=-12$

C. Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có $u_1=15;S=60$ thì công bội $q=\frac{3}{4}$

D. Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có $u_1=-4;q=-\frac{5}{4}$ thì $S=-169$

Chọn C

Vì $q=\frac{3}{4}<1$ nên CSN lùi vô hạn có:

$S=\frac{u_1}{1-q}=60$

Câu 22: Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có $u_1=-50;S=100$ .Năm số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là?

A.50; 25; 12,5; 6,5; 3,25

B.50; 25,5; 12,5; 6,25; 3,125

C.50; 25; 12,5; 6,25; 3,125

D.50; 25; 12,25; 6,125; 3,0625

Chọn C

Áp dụng công thức $S=\frac{u_1}{1-q}\to q=\frac{1}{2}$

Suy ra 5 số hạng đầu tiên của dãy số: 50; 25; 12,5; 6,25; 3,125

Câu 23: Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có $u_1=-1;q=x,|x|<1$ .Tìm tổng S và 3 số hạng đầu của cấp số này:

A. $S=\frac{-1}{1+x}$ và $-1;x;-x^2$

B. $S=\frac{-1}{1+x}$ và $1;x;x^2$

C. $S=\frac{-1}{1-x}$ và $-1;-x;-x^2$

D. $S=\frac{-1}{1-x}$ và $-1;x;-x^2$

Chọn C

$S=\frac{u_1}{1-q}=\frac{-1}{1-x}$, suy ra 3 số hạng đầu là: $-1;(-1)x;(-x)x \leftrightarrow -1;-x;-x^2$

Câu 24: : Cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có $u_1=-x;q=x^2,|x|<1$. Tìm tổng S và 3 số hạng đầu của cấp số này:

A. $S=\frac{x}{1-x^2};-x;x^3;x^5$

B. $S=\frac{x}{1-x^2};x;x^3;x^4$

C. $S=\frac{x}{1+x};-x;-x^3;x^5$

D. $S=\frac{-x}{1-x^2};-x;-x^3;-x^6$

Chọn D

$S=\frac{u_1}{1-q}=\frac{-x}{1-x^2}$, suy ra 3 số hạng đầu là $-x;-x^3;-x^6$

Câu 25: Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $lim\frac{5n+1}{1-5n}=-5$

B. $lim\frac{5n+1}{1-5n}=-1$

C. $lim\sqrt{2+n^2}=\sqrt{2}$

D. $lim\sqrt{n^2-2}=\sqrt{2}$

Chọn B

$$lim\frac{5n+1}{1-5n}=lim\frac{5+\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}-5}=-1$$

Câu 26: Kết quả nào sau đây là sai?

A. $lim\frac{3n}{3(n+1)}=-\frac{1}{3}$

B. $lim\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{4}$

C. $lim\frac{1}{(2n-1)(1+2n+1)}=0$

D. $lim\frac{3^{2n+1}}{5^{2n+2}}=0$

Chọn B

$$lim\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=lim\frac{1}{4n^2-1}=lim\frac{\frac{1}{n^2}}{4-\frac{1}{n^2}}=0$$

Câu 27: Kết quả nào sau đây sai?

A. $lim\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n+1}}=1$

B. $lim\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}-1}=-1$

C. $lim\left(\sqrt{n^2+n}+n\right)=\frac{1}{2}$

D. $lim\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)=-\frac{1}{2}$

Chọn B

$$lim\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}-1}=lim\frac{\sqrt{\frac{n+1}{n}}}{1-\frac{1}{\sqrt{n}}}=lim\frac{\sqrt{1+\frac{1}{n}}}{1-\frac{1}{\sqrt{n}}}=1$$

Câu 28: Tìm tổng của cấp số nhân vô hạn sau: $5;\sqrt{5};1;\frac{1}{\sqrt{5}}$...........

A. $S=\frac{5\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}$

B. $S=\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$

C. $S=\frac{1-\sqrt{5}}{5\sqrt{5}}$

D. $S=\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}$

Chọn B

$$\begin{cases}u_1=5\\ q=\frac{1}{\sqrt{5}}\end{cases}\to S=\frac{u_1}{1-q}=\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$$

Câu 29: Tm tổng của cấp số nhân vô hạn sau: $-3;0,3;-0,03;0,003$.....

A. $S=-2\frac{8}{11}$

B. $S=\frac{30}{11}$

C. $S=\frac{-11}{30}$

D. $S=-2\frac{9}{11}$

Chọn A

$$\begin{cases}u_1=-3\\ q=-0,1\end{cases}\to S=\frac{u_1}{1-q}=-2\frac{8}{11}$$

Câu 30: Chọn kết quả đúng:

A.Dãy số $u_n = \frac{sin 2n}{5n}$ có $\frac{sin 2n}{5n} \geq \frac{1}{5n}$

B. Dãy số $(u_n) = \frac{sin 2n}{5n-1}$ có $\frac{-1}{5n-1} \leq \frac{sin 2n}{5n-1} \leq \frac{1}{5n}$

C. Dãy số $u_n = \frac{cos 3n}{5n+1}$ là dãy số giảm và bị chặn

D. Dãy số $u_n = \frac{cos 3n}{5n+1}$ là dãy số tăng và bị chặn

Chọn C

A sai vì $\frac{sin 2n}{5n} \leq \frac{1}{5n}$

B sai vì $-\frac{1}{5n} \leq \frac{sin 2n}{5n-1} \leq \frac{1}{5n-1}$

C đúng vì $-\frac{1}{5n+1} \leq \frac{cos 3n}{5n+1} \leq \frac{1}{5n+1}$

D sai